練習問題 1 解答

練習 1.1 次の$\boxed{}$の中に入る適当な式を答えよ.

$(x-a)^2 = x^2 + 2ax + a^2$ だから

$$s^2 = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n}(x_j - a)^2 = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} x_j^2 - 2a\boxed{\ (1)\ } + a^2$$

となる. $a = \bar{x}$ として上式に代入して, $\boxed{\ (2)\ }$ がわかる.

答え

(1) $\bar{x}$

(2) $s^2 = \dfrac{1}{n}\displaystyle\sum_{j=1}^{n}(x_j - \bar{x})^2 = \dfrac{1}{n}\displaystyle\sum_{j=1}^{n} x_j^2 - \bar{x}^2$

$$\sum_{j=1}^{n}(x_j - a)^2 = \sum_{j=1}^{n}(x_j^2 - 2ax_j + a^2) = \sum_{j=1}^{n} x_j^2 - 2a\sum_{j=1}^{n} x_j + na^2$$

と計算するべきところを,

$$\sum_{j=1}^{n}(x_j - a)^2 = \sum_{j=1}^{n} x_j^2 - 2ax_j + a^2$$

と計算した人がたくさんいました. シグマ記号に慣れていないようですね. はやく慣れてください. 慣れるとこの方がはるかに便利です.

練習 1.2 データ $x_1, x_2, \ldots, x_n$ があるとき, そのまま平均や分散を計算するのが大変な場合がある. このとき, だいたいこの辺りが平均だろうと目星をつけてやる. その値が a だったとしよう. このとき

$$y_j = x_j - a$$

に対して平均 $\bar{y}$ を取ると $\bar{x} = \boxed{\ (1)\ }$ がわかる. さらにこれから

$$y_j - \bar{y} = x_j - a - \left(\boxed{\ (2)\ }\right) = x_j - \bar{x}$$

がわかるので,

$$s^2 = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n}(x_j - \bar{x})^2 = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n}(y_j - \bar{y})^2 = s_y^2$$

と y_j たちで計算できる. また, 例えば x_j たちがすべて 10 の倍数など, 公約数 c がすぐにわかるときは

$$u_j = \frac{x_j - a}{c} = \frac{y_j}{c}$$

を使うと,

$$\bar{u} = \frac{\bar{y}}{c} = \frac{\boxed{\ (2)\ }}{c}$$

となり $\bar{x} = \boxed{(3)}$ と $\bar{u}$ で書ける．したがって

$$s_u^2 = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n}(u_j - \bar{u})^2 = \frac{s_y^2}{c^2}$$

となり，$s^2 = s_y^2 = c^2 s_u^2$ がわかる．y_j や u_j は小さくなるように a を選べるので，実際の計算ではこの方法は便利な方法である．

問題 上の $\boxed{}$ の中に入る適当な式を答えよ．

答え

(1) $\bar{y} + a$

(2) $\bar{x} - a$

(3) $c\bar{u} + a$

こちらはよくできていました．